أهم فقرات الدرس

المثلث القائم الزاوية و الحساب المثلثي

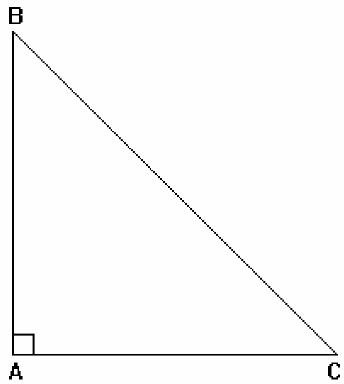
مادة الرياضيات 3AC

I _ النسب المثلثية لزاوية حادة :

1) – تعاريف :

أ) -- جيب تمام زاوية حادة :

ABC مثلث قائم الزاوية في A



النسبة $\dfrac{AB}{BC}$ تسمى جيب تمام الزاوية $A\hat{B}C$.

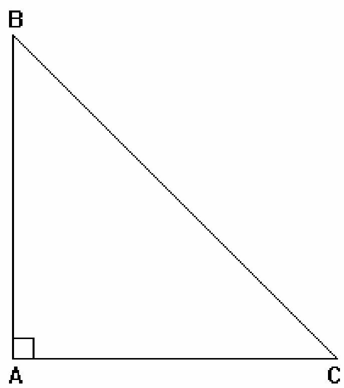
يرمز لها بالرمز $\cos A\hat{B}C$ و نقرأ $\text{cosinus}\, A\hat{B}C$

و نكتب : $\cos A\hat{B}C = \dfrac{AB}{BC}$

أي $\cos A\hat{B}C = \dfrac{\text{طول الضلع المحاذي للزاوية } A\hat{B}C}{\text{طول الوتر}}$

ب) -- جيب زاوية حادة :

ABC مثلث قائم الزاوية في A



النسبة $\dfrac{AC}{BC}$ تسمى جيب الزاوية $A\hat{B}C$.

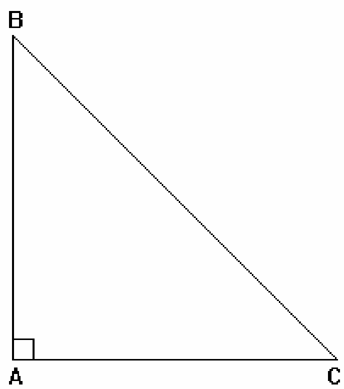
يرمز لها بالرمز $\sin A\hat{B}C$ و نقرأ $\text{sinus}\, A\hat{B}C$

و نكتب : $\sin A\hat{B}C = \dfrac{AC}{BC}$

أي $\sin A\hat{B}C = \dfrac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية } A\hat{B}C}{\text{طول الوتر}}$

ج) -- ظـل زاوية حادة :

ABC مثلث قائم الزاوية في A



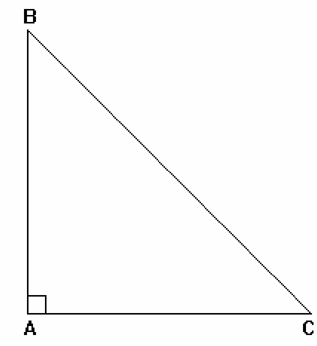
النسبة $\dfrac{AC}{AB}$ تسمى ظـل الزاوية $A\hat{B}C$.

يرمز لها بالرمز $\tan A\hat{B}C$ و نقرأ $\text{tangente}\, A\hat{B}C$

و نكتب : $\tan A\hat{B}C = \dfrac{AB}{BC}$

أي $\tan A\hat{B}C = \dfrac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية } A\hat{B}C}{\text{طول الضلع المحاذي للزاوية } A\hat{B}C}$

2) – مثال :



ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث :

BC = 5 cm و AB = 3 cm و AC = 4 cm

لنحسب النسب المثلثية للزاوية $A\hat{C}B$.

أ) --- حساب $\cos A\hat{C}B$:

لدينا :

$$\cos A\hat{C}B = \frac{AC}{BC}$$

إذن :

$$\cos A\hat{C}B = \frac{4}{5}$$

ب) --- حساب $\sin A\hat{C}B$:

لدينا :

$$\sin A\hat{C}B = \frac{AB}{BC}$$

إذن :

$$\sin A\hat{C}B = \frac{3}{5}$$

ج) --- حساب : $\tan A\hat{C}B$

لدينا :

$$\tan A\hat{C}B = \frac{AB}{AC}$$

إذن :

$$\tan A\hat{C}B = \frac{3}{4}$$

II _ خصــائص :

1) – الخاصية الأولى :

مهما كان α قياس زاوية حادة $(0° < \alpha < 90°)$

فإن : $0 < \cos\alpha < 1$ و $0 < \sin\alpha < 1$

2) – الخاصية الثانية :

مهما كان α قياس زاوية حادة $(0° < \alpha < 90°)$

فإن : $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$

3) – الخاصية الثالثة :

مهما كان α قياس زاوية حادة $(0° < \alpha < 90°)$

فإن : $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

4) – الخاصية الرابعة : النسب المثلثية لزاويتين متتامتين .

α و β قياسي زاويتن حادتين بحيث : $\alpha + \beta = 90°$

$$\cos\alpha = \sin\beta$$

$$\sin\alpha = \cos\beta$$

$$\tan\alpha = \frac{1}{\tan\beta}$$

5) – النسب المثلثية لزوايا خاصة :

α	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	غير معرف

تطبيقات :

α قياس زاوية حادة غير منعدمة بحيث : $\cos\alpha = \dfrac{2}{3}$.

أ) --- لنحسب $\sin\alpha$:

نعلم أن : $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$.

إذن :

$$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$$

$$= 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$= 1 - \frac{4}{9}$$

$$= \frac{9-4}{9}$$

$$= \frac{5}{9}$$

و بما أن : $0 < \sin\alpha < 1$

فإن :

$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{5}{9}}$$

$$\boxed{\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}}$$

ب) --- لنحسب $\tan\alpha$:

نعلم أن : $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

إذن :

$$\tan\alpha = \frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{2}$$

$$\boxed{\tan\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}}$$

ج) --- لنحسب $\sin(90° - \alpha)$:

لدينا :

$$\begin{aligned} \alpha + (90° - \alpha) &= \alpha + 90° - \alpha \\ &= 90° + \alpha - \alpha \\ &= 90° \end{aligned}$$

إذن : α و $(90° - \alpha)$ قياسا زاويتين متتامتين .

و منه فإن : $\sin(90° - \alpha) = \cos\alpha$

و بما أن : $\cos\alpha = \dfrac{2}{3}$ فإن : $\boxed{\sin(90° - \alpha) = \dfrac{2}{3}}$